

**1η ΑΣΚΗΣΗ**

(Θα γίνει στην τάξη)

Το μονώροφο κτίριο του Σχήματος 1 είναι κατασκευασμένο από οπλισμένο σκυρόδεμα και αποτελείται από τρία πλαίσια. Για το ενδιάμεσο πλαίσιο ζητούνται:

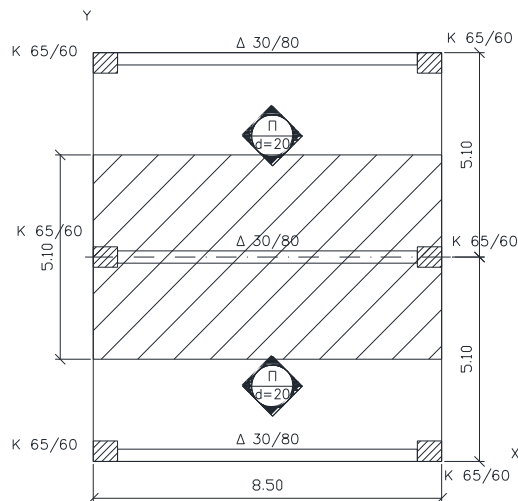
1. Να υπολογισθεί η δυσκαμψία του κατά Χ
2. Να συγκριθεί η δυσκαμψία που υπολογίστηκε με αυτή που προκύπτει με: (α) την παραδοχή αμφίπακτων στύλων, (β) την παραδοχή μονόπακτων στύλων.
3. Να υπολογιστεί η ιδιοπερίοδος του πλαισίου κατά Χ για τη δυσκαμψία του ερωτήματος 1 καθώς και για τις δύο παραδοχές του ερωτήματος 2. Στο μεσαίο πλαίσιο αντιστοιχεί η μάζα του γραμμοσκιασμένου τμήματος της κατασκευής.
4. Να υπολογιστούν τα εντατικά μεγέθη στη βάση των υποστυλωμάτων ( $M$ ,  $N$ ,  $V$ ) για οριζόντιο σεισμικό φορτίο  $P = 110 \text{ kN}$  (βλ. βοήθημα).
5. Να υπολογιστεί η ροπή ανατροπής και να περιγραφεί ο μηχανισμός που αυτή παραλαμβάνεται από τη θεμελίωση (με ποσοστά).

Δεδομένα:

- Ειδικό βάρος σκυροδέματος:  $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$
- Μέτρο Ελαστικότητας:  $E = 30 \text{ MPa}$
- Φορτίο επικάλυψων:  $q = 1.50 \text{ kN/m}^2$  κάτοψης
- Κινητό φορτίο:  $p = 2.00 \text{ kN/m}^2$  κάτοψης
- Συντελεστής συνδυασμού δράσεων κινητών φορτίων:  $\psi_2 = 0.3$
- Δυσκαμψία αμφίπακτου στύλου:  $K = \frac{12EI}{h^3}$
- Δυσκαμψία μονόπακτου στύλου  $K = \frac{3EI}{h^3}$

Τόσο στα υποστυλώματα όσο και στη δοκό να ληφθεί υπόψη το 50% της γεωμετρικής δυσκαμψίας λόγω ρηγμάτωσης του σκυροδέματος:

$$I_{\sigma\tau, \text{eff}} = 0.50 \cdot I_{\sigma\tau} \text{ και } I_{\delta\sigma\kappa, \text{eff}} = 0.50 \cdot I_{\delta\sigma\kappa}$$



Σχήμα 1. Ξυλότυπος κτιρίου

Βοήθημα:

Για το μονώροφο πλαίσιο, του οποίου οι κεντροβαρικοί άξονες των μελών παρουσιάζονται στο Σχήμα 2, όταν επιβάλλεται οριζόντια δύναμη  $P$  αναπτύσσονται:

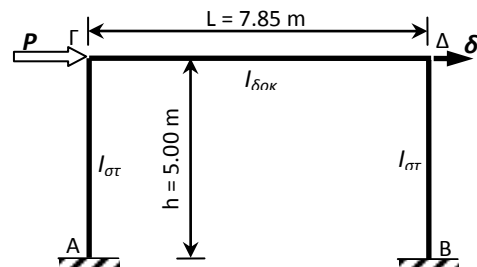
- οριζόντια μετακίνηση:  $\delta = \frac{PLh^2}{12EI_{\delta\sigma\kappa}} \cdot \frac{k(3k+2)}{6k+1}$

όπου  $k = \frac{h}{L} \cdot \frac{I_{\delta\sigma\kappa}}{I_{\sigma\tau}}$ ,  $J$  είναι η ροπή αδρανείας του υποστυλώματος και  $J_1$  η ροπή αδρανείας της πλακοδοκού (Σχήμα 3).

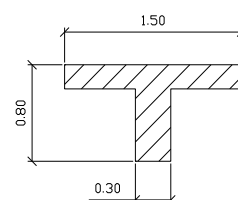
- Ροπή στους στύλους:

$$M_A = -M_B = -\frac{Ph}{2} \cdot \frac{3k+1}{6k+1}, \quad M_r = -M_d = \frac{Ph}{2} \cdot \frac{3k}{6k+1}$$

- Αξονική δύναμη στους στύλους:  $N = \frac{3Ph}{L} \cdot \frac{k}{6k+1}$



Σχήμα 2. Διαστάσεις πλαισίου.

Σχήμα 3. Πλακοδοκός:  $J_1 = 0.0244 \text{ m}^4$

## ΛΥΣΗ

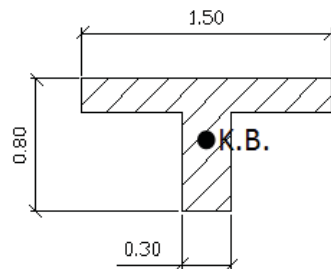
### 1. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΔΥΣΚΑΜΨΙΑΣ ΠΛΑΣΙΟΥ

#### A. Υπολογισμός συντελεστή k

##### A.1. Εύρεση ροπής αδράνειας $J_1$ (της πλακοδοκού)

Δεν χρειάζεται.

Δίνεται στο Σχ. 3



$$y = \frac{(1.50 \times 0.20)0.10 + (0.30 \times 0.60)0.50}{1.50 \times 0.20 + 0.30 \times 0.60} = \frac{0.12}{0.48} = 0.25m$$

##### Εύρεση $J_1$

$$I_{\text{πλάκας}} = \frac{bh^3}{12} = \frac{1.50 \times 0.2^3}{12} = 0.001m^4$$

Θεώρημα Steiner (για μεταφορά της  $I$  στον κεντροβαρικό άξονα της συνολικής διατομής)

$$I_{\text{πλ.,Κ.Β.}} = 0.001 + (1.50 \times 0.20)0.15^2 = 0.001 + 0.00675 = 0.00775m^4$$

$$I_{\text{δοκού}} = 0.30 \times 0.60^3 / 12 = 0.0054m^4$$

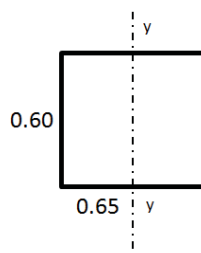
Θεώρημα Steiner για δοκό

$$I_{\text{δοκ.,Κ.Β.}} = 0.0054 + (0.30 \times 0.60)0.25^2 = 0.0054 + 0.01125 = 0.01665m^4$$

$$\text{Συνολικά: } I_{\text{πλακοδοκ.,Κ.Β.}} = 0.00775 + 0.01665 = 0.0244m^4$$

$$\text{Και κατά τον ευρωκώδικα: } I_{\text{eff}} = I_{\text{tot}} / 2 = 0.0122 = J_1$$

##### A.2. Εύρεση ροπής αδράνειας $J$ (του υποστυλώματος)



$$I_{y-y} = \frac{bh^3}{12} = \frac{0.6 \times 0.65^3}{12} = 0.01373m^4$$

$$\text{Και κατά τον ευρωκώδικα: } I_{\text{eff}} = I_{\text{tot}} / 2 = 0.006865m^4$$

##### A.3. Υπολογισμός του k

$$k = \frac{h}{l} \cdot \frac{J_1}{J} = \frac{5}{7.85} \cdot \frac{0.0122}{0.006865} = 1.1319$$

$J_1 = I_{\text{δοκ}}$

$J = I_{\text{στ}}$

## Β. Υπολογισμός $K_{\pi\lambda}$

$$\delta = \frac{Plh^2}{12EJ_1} \cdot \frac{k(3k+2)}{6k+1} \rightarrow \frac{P}{\delta} = \frac{12EJ_1}{lh^2} \cdot \frac{6k+1}{k(3k+2)}$$

Για  $\delta=1 \rightarrow P=K$  οπότε

$$K_{\pi\lambda} = \frac{12 \times 30 \times 10^6 \times 0.0122}{7.85 \times 5^2} \cdot \frac{6 \times 1.1319 + 1}{1.1319(3 \times 1.1319 + 2)} = 28550.41 \text{ KN/m}$$

## 2. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΔΥΣΚΑΜΨΙΑΣ ΣΤΥΛΩΝ

Δυσκαμψία αμφίπακτων στύλων:

$$K_{\alpha\mu\phi} = 2 \frac{12EI}{h^3} = 2 \frac{12 \times 30 \times 10^6 \times 0.006865}{5^3} = 39542.4 \text{ KN/m}$$

Δυσκαμψία μονόπακτων στύλων:

$$K_{\mu\omicron\nu} = \frac{1}{4} K_{\alpha\mu\phi} = 9885.6 \text{ KN/m}$$

$$39542.4 \text{ KN/m} > 28550.41 \text{ KN/m} > 9885.6 \text{ KN/m}$$

## 3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΔΙΟΠΕΡΙΟΔΟΥ ΠΛΑΙΣΙΟΥ

### Φορτία

Πλάκα:

Επικάλυψη:  $5.10 \times 8.50 \times 1.50 = 63.03 \text{ KN}$

Κινητό φορτίο:  $5.10 \times 8.50 \times 0.3 \times 2 = 26.01 \text{ KN}$

Ίδιο βάρος:  $5.10 \times 8.50 \times 0.20 \times 25 = 216.75 \text{ KN}$

Δοκός:

Ίδιο βάρος:  $7.2 \times 0.30 \times 0.60 \times 25 = 32.4 \text{ KN}$

Υποστυλώμα:  $0.65 \times 0.60 \times 2.43 \times 25 = 23.69 \text{ KN} \times 2$  (2 υποστυλώματα) = 47.39 KN

Ύψος κτηρίου: 5 (προσομοίωμα) + 0.25 (Κ.Β. πλακοδοκού) = 5.25 m

½ ύψος υποστυλώματος: 2.63 – 0.20 (πάχος πλάκας) = 2.43 m.

$W = 387.58 \text{ KN}$

$m = 387.58 / 10 = 38.76 \text{ Mgr}$

Ιδιοπερίοδος πλαισίου

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{38.76}{28550.41}} = 0.232 \text{ sec}$$

Ιδιοπερίοδος αμφίπακτων στύλων

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{38.76}{39542.4}} = 0.197 \text{ sec}$$

Ιδιοπερίοδος μονόπακτων στύλων

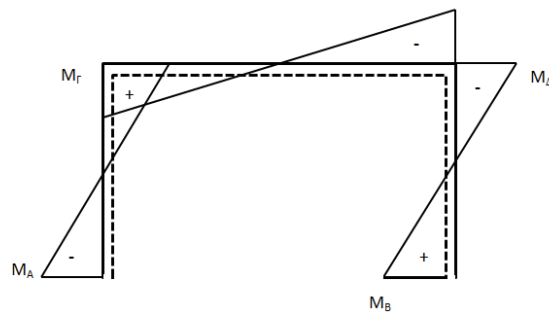
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{38.76}{9885,6}} = 0.393 \text{ sec}$$

#### 4. ΕΝΤΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

Ροπές

$$M_A = -M_B = -\frac{Ph}{2} \cdot \frac{3k+1}{6k+1} = -\frac{110 \times 5}{2} \cdot \frac{3 \times 1.1319 + 1}{6 \times 1.1319 + 1} = -155.15 \text{ KNm}$$

$$M_\Gamma = -M_\Delta = +\frac{Ph}{2} \cdot \frac{3k}{6k+1} = 119.85 \text{ KNm}$$



Τέμνουσες στύλων:

$$\frac{M_A + M_\Gamma}{h} = \frac{275}{5} = 55 \text{ KN}$$

Τέμνουσες δοκού:

$$\frac{M_\Delta + M_\Gamma}{l} = \frac{2 \times 119.85}{7.85} = 30.54 \text{ KN}$$

Αξονικές στύλων (δηλαδή η τέμνουσα της δοκού):

$$N = \frac{3Ph}{l} \cdot \frac{k}{6k+1} = 30.54 \text{ KN}$$

#### 5. ΡΟΠΗ ΑΝΑΤΡΟΠΗΣ

$$M_{\text{ανατρ}} = Ph = 110 \times 5 = 550 \text{ KNm}$$

$$\text{Ροπές πακτώσεως: } 2M_A = 2 \times 155.15 = 310.3 \text{ KNm}$$

$$\text{Ροπή ζεύγους N: } M_N = N \times 7.85 = 30.54 \times 7.85 = 239.7 \text{ KNm}$$

Οι δυο αυτές ροπές παραλαμβάνουν τη ροπή ανατροπής:  $310.3 + 239.7 = 550 \text{ KNm}$

Ποσοστά:  $310.3/550 = 0.564 = 56.4\%$  παραλαμβάνουν οι ροπές πακτώσεως

$239.7/550 = 0.436 = 43.6\%$  παραλαμβάνει το ζεύγος N

